**MINIMALNO ZNANJE: Vektori**

Sve fizikalne veličine su ili skalari ili vektori ili tenzori. Skalari su one veličine koje možemo opisati samo iznosom. Vektori su one veličine koje možemo opisati ako im znamo iznos, smjer i orijentaciju. Tenzori su one veličine koje ovise o dva smjera. Vektor položaja (radij vektor) je vektor koji spaja ishodište i krajnju točku prema kojoj je usmjeren. Jedinični vektor () je bez dimenzije, duljine jedan sa smjerom vektora koji proučavamo.  
Dva vektora su ista kada imaju isti iznos, smjer i orijentaciju.  
Vektori se zbrajaju pravilom paralelograma ili trokuta. Više vektora možemo zbrojiti pravilom trokuta nizanjem. Zbrajanje vektora je komunitativno:  
Oduzimanje vektora je zbrajanje vektora, ali tako da vektor koji oduzimamo uzmemo sa suprotnom orjentacijom. Oduzimanje vektora nije komunitativno:  
Vektor skalarom množimo tako da zadrži smjer i orjentaciju vektora, ali mu je iznos jednak umnošku iznosa skalara i vektora. Kod množenja vektora vrijedi pravilo distributivnosti:

**1. pitanje**

**Skalarno množenje vektora**Množimo iznos prvog vektora s iznosom drugog vektora i kosinusom kuta među njima (kao kut uvijek uzimamo manji od dva moguća kuta). Rezultat skalarnog množenja vektora uvijek je skalar.  
Kada su vektori zadani preko komponenata u KKS-u množimo iste komponente jednog vektora s tim istim komponentama drugog vektora.  
Primjer u fizici je izraz za rad, rad je jednak skalarnom umnošku vektora sile i vektora puta.

**Vektorsko množenje vektora**Množimo iznos prvog vektora s iznosomo drugog vektora i sinusom kuta među njima (kao kut uvijek uzimamo manji od dva moguća kuta), tako da dobijemo vektor koji je okomit a oba početna vektora, a njevu orijentaciju određujemo pravilom desne ruke (prvi vektor palac, drugi vektor kažiprst, a srednji prst pokazuje rezultirajući vektor).  
Vektorsko množenje vektora nije komunitativno.  
Kada su vektori zadani preko komponenata u KKS-u množimo ih koristeći matrice.

Primjer za vektorsko množenje vektora je Lorentzova sila, iznos sile je vektorski umnožak vektora brzine i vektora magnetskog polja pomnožen sa skalarom nabojem.

**Vektorska derivacija**Derivacija neke vektorske funkcije w : D → V0 u točki t0 je limes

**2. pitanje**

**Gibanje, putanja i vektor položaja u prostoru**Kinematika se bavi opisivanjem gibanja bez navođenja uzroka tog gibanja. Gibanje je mijenjanje položaja objekta tijekom vremena.  
Putanja (trajektorija) je krivulja kojom se kreće neka materijalna točka ili centar mase nekog tijela.  
Vektor položaja u prostoru je vektor koji ide od ishodišta kordinatnog sustava do trenutnog položaja neke točke (ili centra mase nekog objekta). Razlika vektora položaja prostoru je putanja. Promjena položaja ne ovisi o odabiru ishodišta.  
**Brzina**Prosječna brzina je prijeđeni put u nekom vremenskom intervalu.  
Trenutna brzina je derivacije puta u tom trenutku.  
Promjena brzina je razlika brzina tijela u dva različita trenutka.  
SI jedinica za brzinu je m/s.

**Ubrzanje (akceleracija)**  
Prosječno ubrzanje je promjena brzine u nekom vremenskom intervalu.  
Trenutno ubrzanje je derivacije brzine u tom trenutku.  
Komponenta brzine u smjeru putanje mijenja iznos brzine, a komponenta okomita na putanju mijenja smijer. SI jedinica za ubrzanje je m/s2.

**Jednoliko gibanje po pravcu**Jednoliko gibanje po pravcu je gibanje po pravcu s konstantnom brzinom, odnosno sa ubrzanjem koje je jednako nuli. Kako se brzina ne mijenja, u svakom trenutku je jednaka prosječnoj brzini, a prijeđeni put u svim jednakim vremenskim intervalima je jednak.

**3. pitanje**

**Jednoliko ubrzano gibanje po pravcu**  
Jednoliko gibanje po pravcu je gipanje po pravcu s promjenjivom brzinom, sa ubrzanjem koje je konstantno. Kako je ubrzanje konstano tako je promjena brzine u jednakim vremenskim intervalima jednaka.  
Uzmemo li da je î u smjeru pravca po kojem se giba, tada je:  
Brzina:  
c određujemo iz početnog uvjeta , pa je , pa iz toga slijedi da je brzina:  
Položaj:  
c određujemo iz početnog uvjeta , pa iz toga slijedi položaj:  
ili za jednu komponentu u KKS-u:

**Slobodni pad**Slobodni pad oblik je jednolikog ubrzanog gibanja pri čemu je ubrzanje jednako alceleraciji sile teže. Sila teže je vektorkoji ide prema središtu zemlje. Početna visina tijela je jednaka h. Uzmemo li da tijelo počinje padati iz mirovanja:

Kosi hitac  
Kosi hitac oblik je složenog gibanja koje se sastoji od dvije komponente: x i y komponente. U x komponenti nema ubrzanja, već samo početnu brzinu, a ubrzanje postoji u smjeru y komponente i iznosi -g. α je kut koji vektor požetne brzine v0 zatvara s x osi (kut pod kojim je objekt ispaljen). Vektor brzine neprestano mijenja smijer i iznos.  
 ;   
Brzina:  
Položaj:  
Putanja kosog hitca je parabola. Uzmimo da polazimo iz ishodišta KKS-a.

**Vertikalni hitac**Vertikalni hitac je poseban slučaj jednolikog gibanja po pravcu koje ide u smjeru komponente y, tako da je vektor početne brzine paralelan s osi y i iste orjentacije, dok je akceleracija također paralelna s osi y, ali je suprotne orjentacije.  
; ;   
Kada je brzina nula, odnosno kada tijelo dođe do najviše točke do koje može doći, tada je .  
Kada je visina tijela jednaka nula, odnosno kada tijelo ponovno padne na zemlju:

**Horizontalni hitac**Horizontalni hitac je poseban slučaj kosog hitca u kojem je kut pod kojim ispaljujemo jednak nuli.  
Brzina:

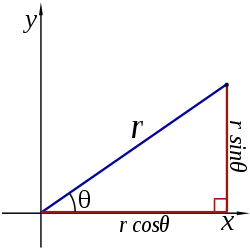
**4. pitanje**

**Jednoliko gibanje po kružnici**Jednoliko gibanje po kružnici jednostavni je prikaz složanog gibanja čija je putanja kružnica pri čemu se iznos brzine ne mijenja. Ako uzmemo da je središte kružnice ishodište KKS-a tada je iznos vektora koji ide od središta kružnice do trenutnog položaja točke na kružnici konstantan. Njegov smjer se neprestano mijenja. Mijenjaju se i smjer i orjentacija vektora brzine u nekoj točki tako da je vektor uvijek paralelan s tangentom na kružnicu u toj točki a orjentacija mu je u smjeru gibanja. Brzina se naziva obodna brzina:  
Iznos vektora akceleracije je pri tome konstantan, a smjer joj je okomit na smjer brzine, dok joj je orjentacija prema središtu kružnice. Ta akceleracija se naziva centripetalna akceleracija:  
Iz sličnih torkuta dobijemo da je:

**Kutna brzina i vektor kutne brzine**Kutna brzina u kružnom gibanju je prijeđeni kut u nekom vremenskom intervalu. Vektor kutne brzine uvijek je istog smjera i orjentacija kao vektro kuta, okomit na os u kojoj se događa gibanje, a orjentacije koju odredimo pravilom desne ruke u odnosu na obodnu brzinu (smjer gibanja) tako da obijemo prste u smjeru obodne brzine i ispružimo palac tako da nam on pokazuje orjentaciju vektora.  
Jedinica za kutnu brzinu je rad/s.

**Obodna brzina**Obodna brzina je prijeđeni put na kružnici u nekom vremenskom intervalu. Smjer joj je tangencijalan na kružnicu, a orjentacija joj je u smjeru gibanja.  
Kako je obodna brzina uvijek okomita na polumjer, tako je:

**Centripetalna akceleracija**Centripetalna akceleracija je akceleracija koja je usmjerena od točke na kružnici prema središtu kružnice.

**Cilindrični koordinatni sustav**Cilindrični koordinatni sustav je sustav u kojem umjesto koordinata x, y i z imamo koordinate r, ρ i z. Pro tome je koordinata r udaljenost između neke točke i ishodišta koordinatnog sustava, koordinata je kut koji r zatvara sa bivšom koordinatom x, a z koordinata ostaje ista. Postoji jednostavna ovisnost KKS-a i cilindričnog koordinatnog sustava.  
  
Jedinični vektori u cilindričnom koordinatnom sustavu su . Okomite su jedna na drugu. Vektor kuta okomit je na .

**Vektor kuta**  
Vektor kuta je vektor čiji je iznos jednak iznosu kuta, smjer mu je okomit na plohu, a orijentaciju mu odredimo tako da prstima obuhvatimo kružnicu u smjeru brzine, pa ispruženi palac pokazuje orijentaciju.

**5. pitanje**

**Jednoliko ubrzano gibanje po kružnici**  
Jednoliko ubrzano gibanje po kružnici jednostavni je prikaz složenog gibanja čija je putanja kružnica pri čemu se brzina mijenja. Koristimo sve iste oznake kao i kod jednolikog gibanja po kružnici, osim što ovdje postoji još i druga komponenta akceleracija koja ima smjer isti kao i brzina, a naziva se tangencijalna akceleracija.

**Vektor kutnog ubrzanja (kutne kaceleracije)**  
Kutna akceleracija je promjena kutne brzine po vremenu. Vektor kutne akceleracije je istog smjera kao i vektor kutne brzine, a iste orjentacije kao i vektor kutne brzine ako tijelo ubrzava, odnosno suprotne orjentacije ako tijelo usporava.  
Kutna akceleracija se mjeri u rad/s2.

**Tangencijalna akceleracija**Tangencijalna akceleracija je po iznosu promejna obodne brzine po vremenu. Iste je orjentacije kao i brzina ako tijelo ubrzava, a suprotne orjentacije od brzine ako tijelo usporava. Okomita je na kut i na polumjer.

**Prikaz kružnog gibanja u KKS-u**  
Ako je gibanje jednoliko po kružnici, ; stavimo kao početni uvjet, tada

**Harmonijski oscilator**  
Ako gledamo samo projekciju jednolikom gibanja po kružnici obzirom na x-os dobijemo da čestica izvodi harmonijsko gibanje (titranje).  
položaj:   
brzina:   
ubrzanje:   
Iz toga dobijamo jednadžbu harmonijskog oscilatora

**MINIMALNO ZNANJE: Newtonovi zakoni**  
**Prvi Newtonov zakon**  
Svako tijelo ustraje u svome stanju, bilo mirovanja ili jednolikog gibanja, dok i ako na njega ne djeluju sile koje ga prinude da to stanje promijeni.  
Ako je zbroj sila koje djeluju na neko tijelo nula tada nema promjene stanja.  
Materiji je urođeno svojstvo odupiranja promjeni stanja. To svojstvo zovemo inercija. Masa tijela je mjera njegove inercije (svojstva da se odupire promjeni brzine). Jedinica za masu je kg.  
Količina gibanja je umnožak mase i brzine tijela. To je vektorska veličina, a njena jedinica je kg\*m/s.

**Drugi Newtonov zakon**  
Promjena količine gibanja proporcionalna je djelovanju sile u vremenu i zbiva se u smjeru te sile. Promjena količine gibanja je posljedica, a sila je uzrok.  
Trenutna sila je derivacija promjene količine gibanja po vremenu.  
Masa je najčešće konstantna (osim u slučaju relativističke fizike ili nekih posebnih slučajeva kao što je npr. raketa koja gubi gorivo), pa je , iz čega slijedi da je

**Treći Newtonov zakon**  
Akciji se uvijek suprotstavlja jednaka reakcija, ili, djelovanja dvaju tijela jedno na drugo uvijek su jednaka po iznosu i usmjerena na suprotne strane.  
Te dvije sile se ne zbrajaju, jer svaka od njih djeluje na drugo tijelo.

**6. pitanje**

**Sila**  
Sila je vanjsko djelovanje na tijelo kojim se može promijeniti njegovo stanje, bilo mirovanja ili jednolikog gibanja po pravcu. Sila je vektorska veličina, a njena jedinica je N. Temeljne sile su gravitacijska, elektromagnetska, jaka nuklearna i slaba nuklearna, a izvedene sile u sve ostale (npr. elastična, sila napetosti, sila trenja…). Sila je uvijek djelovanje jednog tijela na drugo.

**Referentni sustav, inercijalni i neinercijalni sustavi**  
Referentni sustav je sustav promatrača.  
Inercijalni sustav je sustav u kojem vrijedi 1. Newtonov zakon. Primjer inercijalnog sustava je svemirski brod koji se orjentira prema zvijezdama stajačicama. Dobra aproksimacija inercijalnog sustava je neka dvorana, vlak na ravnoj pruzi, lift između katova…  
Neinercijalni sustav je sustav u kojem opažač osjeća “prividne sile”, sile koje nemaju uzrok u nekom drugom tijelu tog sustava. Primjer neinercijalnog sustava je vlak u zavoju, auto koje ubrzava, avion koji polijeće, vrtuljak…  
\*\*\*Helijev balon koji se nalazi u autu koje ubrzava ide prema naprijed (jer zrak, koji je teži ide prema nazad i gura lakši balon).\*\*\*

**Temeljne sile u prirodi**  
U prirodi postoje četiri temeljne sile, a ostale se iz njih mogu izvesti.  
Gravitacijska sila je odgovorna za uzajamno privlačenje tijela. Mjera intenziteta gravitacijske sile je gravitacijska masa (eksperimentalno vidimo da je troma masa teška masa). Gravitacijska sila opada s kvadratom udaljenosti.  
Elektromagnetska sila nastaje između električkih naboja (pozitivnog ili negativnog). Primjer je Columbova sila koja nastaje kod naboja u mirovanju. Istoimeni naboji se odbijaju, a raznoimeni se privlače. Opada s kvadratom udaljenosti. Na naboje u gibanju djeluje magnetska sila koju nazivamo Lorentzova sila.  
Nuklearna jaka sila djeluje između hadrona (protona, neutrona…), ali ne i između leptona (elektrona, neutrina…). Drži atomsku jezgru na okupu da se ne razleti zbog Columbove sile. Kratkog je dosega (reda veličine 10-15 m), ali je iznimno jaka; mnogo jača od Columbove.  
Nuklearna slaba sila djeluje među leptonima. Odgovorna je za raspad neutrona u proton.  
Teorije ujedinjenja nastoje ujediniti sve elementarni sile. Maxwellova jednadžba ujedinila je električnu i magnetsku silu u elektromagnetsku. 1973. elektromagnetska sila (koju prenose fotoni) i nuklearna slaba sila (koju prenose W i Z bozoni) ujedinjeni su u elektroslabu silu. U standardnom modelu (model koji se u fizici smatra važećim za opis elementarnih čestica) teoretski su ujedinjena nuklearna jaka (koju prenose gluoni) i elektroslaba sila. Trenutno se traga za načinom ujedinjenja te dvije sile s gravitacijskom. Pri tome se traga za gravitonom, elementarnom česticom koja u teoriji prenosi gravitacijsku silu.

**MINIMALNO ZNANJE: Gravitacijska sila i 7. pitanje**  
**Gravitacijska sila**  
Javlja se između svaka dva tijela koja imaju masu. To je sila kojom masa m1 djeluje na masu m2. Uvijek je privlačna.  
Pri čemu je G gravitacijska konstanta koja iznosi .  
Gravitacijska sila je centralna sila, ovisi samo o udaljenosti, ali ne i o kutu. Prema trečem Newtonovom zakonu, sila kojom prvo tijelo djeluje na drugo jednaka je sili kojom drugo tijelo djeluje na prvu po smjeru i iznosu, ali su suprotne orjentacije:

**Gravitacijsko polje**  
Ako je M masa nepomičnog tijela probnu masu m0 možemo proizvoljno premještati. Sila na probnu masu koja je na mjestu iznosi:  
Pri čemu je gravitacijsko polje koje je uvijek usmjereno prema nekoj masi.  
Silnice gravitacijskog polja su takve da u svakoj točki polja možemo odrediti smjer gravitacijskog polja. Vektor možemo slijediti u prostoru. Kada je u prostoru samo jedna masa sve silnice polja su polupravci koji idu od beskonačnosti prema središtu te mase. Kada ima vieše masa koristimo princip superpozicije masa, tj. možemo izračunati njihova gravitacijska polja i njihov zbroj u nekom mjestu u prostoru.  
U slučaju šuplje lopte gravitacijsko polje unutar lopte je nula, a izvan lopte je isto kao i da lopta nije šuplja (kao da se cijela masa tijela nalazi u centru mase).

**Gravitacijsko polje na površini zemlje**  
Na polovima: , a na Ekvatoru   
Koliki je g na 10 km visine?  
Gravitacijsko polje je umanjeno za oko 0,3%.

**Gravitacija satelita**  
Sateliti se gibaju približno po kružnici (u stvarnosti elipse). Iznos brzine je stalan. Kutna brzina mora biti takva da je na tom radijusu putanje centripetalna akceleracija jednaka iznosu gravitacijskog polja, odnosno gravitacijska i centripetalna sila moraju biti izjednačene.  
Period kruženja je jednak:

**8. pitanje**

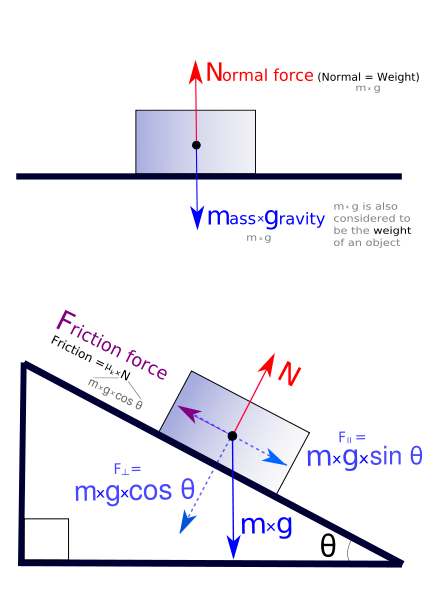
**Elastična sila**  
Elastična sila je izvedena iz električne sile. Opis elastične sile se zasniva na opisu molekule koja se sastoji od dvije ili više jezgara koje su okružene elektronima i pri tome su jezgre u ravnoteži. Među njima postoje privlačne i odbojne interakcije. Ako na molekulu djelujemo jednom silom ona se cijela pomiče, a ako na molekulu djelujemo sa dvije sila u različitim smjerovima udaljenost jezgara se promjeni i dolazi do nove ravnoteže, u kojoj se smanjuju odbojne sile, a privlačne ostaju iste. Ako maknemo vanjske sile razvoteže se vrate u prvobitni oblik. Sve sile među višeatomnim molekulama su iste po iznosu. Ukupno istezanje se množi sa brojem atoma.

**Youngov modul**  
Postoje dvije vrste deformacija: na vlak (istezanje) i na tlak (pritiskanje). Ako je Fokomito sila koja djeluje na neko tijelo duljine L, poprečnog presjeka S tada se tijelo rastegne za ΔL.  
Vlačno naprezanje:   
Relativna vlačna deformacija:   
Youngov modul elastičnosti je

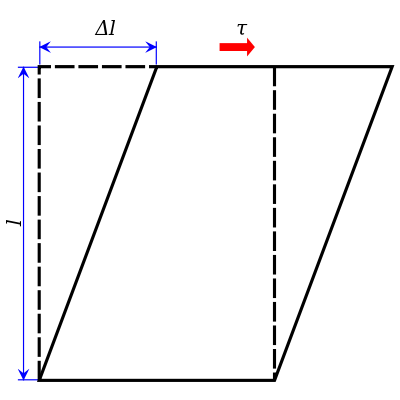
**Napetost niti**  
Elastično tijelo prenosi silu. Unutarnje sile se odupiru vlačnoj deformaciji. To je sila napetosti (u biti elastična). Često idealiziramo da je nit nerastezljiva i da joj je masa zanemariva.

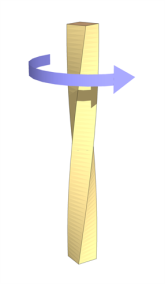
**Kolutura bez trenja**  
Idealna nit (nerastezljiva i zanemariva mase) prebačena preko idealne koluture (bez trenja) idealno prenosi silu. Kolutura mijenja smjer napetosti bez promjene iznosa. Tijela imaju iste iznose brzina i ubrzanja.  
Ako uzmemo dvije mase M i m () obješene na različite krajeve koluture dobivamo da je:

**9. pitanje**

**Sila reakcije podloge**  
Kada tijelo miruje postoji sila koja djeluje na tijelo, a jednaka je masi tijela put gravitacijsko polje . Prema trećem Newtonovom zakonu podloga na tijelo odgovara istom silom, ali suprotne orjentacije . To je uzrokovano elastičnom silom podloge.  


**Rastavljanje sila**  
Sila koja nije paralelna s nijednom osi može se korištenjem trigonometrijskih pravila rastaviti na nekoliko komponenti, tako da su te komponente paralelne s osima.

**Smicanje**  
Deformacija smicanja javlja se kada na tijelo djeluje par sila tangencijalno (jedna pri vrhu, a druga pri dnu tijela), pri čemu nastaje nova ravnoteža. Mikroskopski gledano, pomičemo čestice, koje tada ulaze u novu ravnotežu kao i kod elastične sile.  
  
Ako uzmemo da je kut između plohe u staroj ravnoteži i plohe u novoj ravnoteži α, da je S površina jedne plohe (jedina čija se površina ne mijenja) i da je G modul smicanja tada, prema Hookeov zakon kaže:

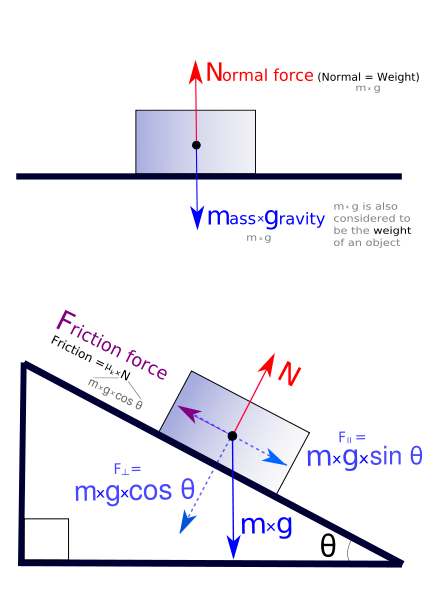
**Torzija**  
Torzija je poseban slučaj smicanja u kojem se smiče kružno:  
  
Ako uzmemo da je Dt modul torzije i da je kut pod kojim zakrećemo tada je:

**Opruga**  
Svaki element opruge ima torzijsku deformaciju. Hookeov zakon za oprugu kaže (pri čemu je k konstanta opruge, a vektor pomaka):  
Dinamometar je naprava koja služi za mjerenje sile, a radi na principu opruge (sila je proporcionalna istezanju opruge).

**10. pitanje**

**Trenje**  
Statičko trenje je otpor proklizavanja. Sila teže uzrokuje smicanje slojeva između tijela i podloge. Ako je sila sila kojom djelujemo na tijelo tada je sila statičkog trenja . Sila statičkog trenja ima svoju maksimalnu vrijednost (pri tome je μs)  
Važno je napomenuti da trenje ne ovisi o površini doticaja.  
Ako je sila veća maksimalne vrijednosti statičkog trenja tada tijelo počinje proklizavati i na njega počinje djelovati dinamičko trenje ili trenje klizanja, koje ima smjer suprotan brzini tijela o ne ovisi o iznosu brzine. Ako je μ konstanta trenja:  
Dinamičko trenje ima nešto manji iznos od maksimalnog statičkog trenja.

**Kosina**Kada radimo zadatke s kosinom, bolje je uzeti KKS čija je x koordinata paralelna s kosinom, a y koordinata na nju okomita.  
Ako je riječ o kosini tada imamo kompliciraniji rastav sila jer je sila kojom djeluje podloga uvijek okomita na podlogu, tako da je sila reakciji podloge (Ѳ je kut koji kosina zatvara s tlom):  
Sila trenja djeluje paralelno na kosinu u suprotnom smjeru od gibanja tijela.



Određivanje koeficijenta trenja pomoću kosine  
Iz kosine možemo izračunati koeficijent trenja.  
Za kut koji nema akceleracije, a ima brzine možemo izračunati koeficijent trenja:

**Trenje u fluidu**  
Trenje u fluidu ovisi o brzini tijela i presjeku tijela, obliku tijela i viskoznosti fluida, a ta druga tri uvjeta sažimamo u jednu konstantu k. Uvijek je suprotnog smjera od brzine.  
Granična brzina:   
Kako se brzina mijenja u vremenu:  
Ako za početni uvjet uzmemo da je i da je dobivamo da je brzina:

**11. pitanje**

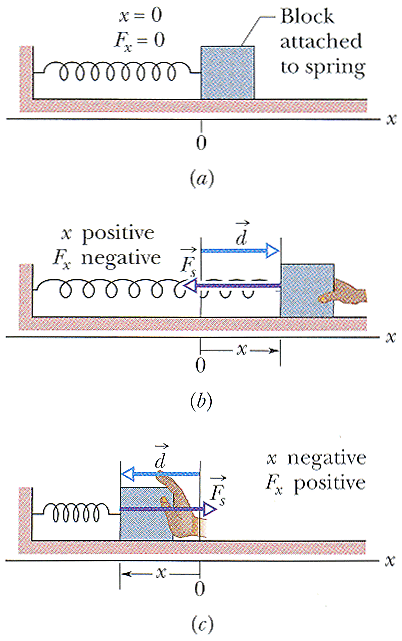
**Rad**  
Rad je djelovanje silom na tijelo koje se giba. Rad je skalarna veličina, a SI mjerna jedinica za rad je . Često korištena jedinice za rad su eV, () i kWh ()

Ukupni rad na putu od A do B:  
Ako uzmemo da je sila konstantna tada je:  
Ako je je rad pozitivan () tijelo ubrzava, a ako je rad negativan () tijelo usporava.

**Snaga**  
Prosječna snaga je obavljeni rad u vremenskom intervalu u kojem se rad obavlja. Jedinica za snagu je W (kg\*m2/s3).  
Trenutna snaga je derivacija rada po vremenu:

**Kinetička energija**  
Energija je sposobnost tijela da obavlja rad.  
Brzina se povečava na račun pozitivnog rada. Na pravcu gdje je :  
ako je , , a , tada je  
Prema tome definiramo kinetičku energiju tijela:  
Rad uzrokuje promjenu kinetičke energije:

**Potencijalna energija**  
Potencijalna energija je sposobnost obavljanja rada zbog položaja u polju sile.

**Elastična potencijalna energija**  
Elastična sila je . Ako neko tijelo naleti na oprugu ta sila će na njega djelovati od trenutka u kojem je dotaklo oprugu do trenutka potpunog sabijanja opruge. Rad koji tijelo pri tome obavi od početka (), do kraja sabijanja opruge () je:  
Stisnuta opruga ima sposobnost vraćanja kinetičke energije tijelu, tj. ima potencijalnu energiju. U pozvratku, od točke do rad elastične sile je pozitivan.  
Sa stajalaišta opruge:  
Treći Newtonov zakon kaže da tijelo djeluje na oprugu silom . Pri tome se opruga ne miče, nego se deformira (pohranjuje energiju). Iz rada koji tijelo pri tome obavi potencijalna energija je:  


**Gravitacijska potencijalna energija**  
Dva tijela mase M i m miruju na udaljenosti r1 i između njih djeluje sila . Za promjenu položaja tijela m s na potrebno je svladati silu na putu :  
Pri tome je krivulja koja povezuje i i ima radijalnu i tangencijalnu komponentu:  
Sila ima samo radijalnu komponentu:  
Iz čega dobivamo izraz za rad iz kojeg računamo potencijalnu energiju:  
To je razlika potencijalne energije. Pravu vrijednost ne možemo iračunati, već moramo sami odabrati proizvoljno mjesto na kojem će . Proizvoljno uzimamo da je za .  
Za bilo koju točnu u prostoru  
Rad gravitacijske sile da se tijelo dovede iz beskonačnosti u točku r je pozitivan. Što su tijela bliža to je energija negativnija. Sva tijela teže biti u stanju niže potencijalne energije.

**U blizini površine zemlje**  
Uzmemo li da je polumer zemlje R, njena masa M, te visina (u odnosu na zemlju) na kojoj se tjelo mase m nalazi h dobijemo da je njegova potencijalna energija:  
A iz toga slijedi da je .  
Kada radimo s gravitacijskom energijom oko Zemlje uzmemo da je potencijalna energija jednaka 0 na površini zemlje, a ne, kao do sad, u beskonačnosti.

**12. pitanje**

**Konzervative i nekonzervativne sile**  
Ako zamislimo dvijeto točke u prostoru u kojem postoji gravitacijsko polje uzrokovano nekom masom M: točku T1 i točku T2, te im pridružimo vektore i možemo zamisliti kako se neka masa m giba od točke T1 do točke T2 po proivoljno odabranoj putanji sA, te kako se zatim vraća od toče T2 do točke T1 po nekoj drugoj putanji sB. Tada možemo napisati formulu za obavljeni rad po tom putu:  
Rad gravitacijske sile po zatvorenoj putanji iščezava.  
Tako se ponašaju konzervativne sile, a imaju svojstva da im energija ovisi samo o položaju, a možemo im definirati potencijalnu energiju. Primjeri konzervativnih sila su elastična, gravitacijska, električna i nuklearna, a primjeri nekonzervativnih je trenje.

**Gravitacijski potencijal**  
Ako umemo da je masa u središtu M i da imamo neku probnu masu m0, tada moćemo definirati gravitacijski potencijal kao:

**Ekvipotencijalne plohe**  
Ekvipotencijalne plohe su plohe jednakog potencijala. Za točkast masu to su koncentrične sfere. Krećemo li se po ekvipotencijalnoj plohi nema promjene potencijalne energije. Izohipse su ekvipotencijalne linije.

**Veza potencijala i polja**  
Potencijalna energija definirana je s , dok je potencijal defniran s . Ako znamo u cijelom prostoru onda možemo izračunati u cijelom prostoru. Obrnuto možemo izračunati korištenjem parcijalne derivacije (deriviramo po jednom parametru, npr. x, dok ostale držimo konstantnima, npr. y i z).  
S druge strane:  
Kada to usporedimo s totalnim diferencijalom:  
Za opis toga moramo upotrijebiti nabla operator, “3D derivaciju”. Kada nabla operator djeluje na skalarnu funkciju zove se gradijent, a rezultat je vektor koji pokazuje smjer najveće promjene skalarne funkcije.  
Gravitacijsko polje u svakoj točki potencijala jednako je negativnom gradijentu potencijala:  
Silnice su uvijek okomite na ekvipotencijalne plohe zato što je ako su na plohi.

**13. pitanje**

**Zakoni sačuvanja u zatvorenom sustavu**  
Izolirani (zatvoreni) sustav je sustav u kojem nekoliko tijela međudjeluje, a vanjske sile su zanemarive.

**Zakon sačuvanja ukupne količine gibanja (ZSKG)**  
Iz 3. Newtonovog zakona znamo da dva tijela, tijelo A i tijelo B, međudjeluju jedno na drugo jednakim silama tako da je . Također znamo da je promjena količina gibanja umnožak djelujuće sile i u vremenskom intervalu: i , a zbrajanjem ta dva izraza dobivamo da je .  
Ukupna promjena količine gibanja računa se prema , a ukupna promjena količine gibanja je nula:  
Poopćimo li to na više tijela dobijemo da je ukupna količina gibanja konstantna i to vrijedi bezuvjetno:

**Zakon sačuvanja mehaničke energije (ZSME)**  
Zamislimo li dva izolirana tijela, tijelo A i tijelo B između kojih djeluje neka konzervativna sila dobijemo da je njjihova kinetička energija:  
Obe ove promjene su pozitivne pa se zbrajaju i iz toga dobijamo promjenu potencijalne energije:  
Ukupna promjena kinetičke i potencijalne energije je nula:  
Iz toga slijedi da je ukupna kinetička i potencijalna energija u sustavu konstantna:  
To je zakon sačuvanja mehaničke energije u izoliranom sustavu, a vrijedi samo za sustav u kojem djeluju samo konzervativne sile. Može se poopćiti na više tijela.  
Opći zakon očuvanja energije: Energija se može u raznim procesima pretvarati iz jednog oblika u drugi, ali energija ne može nestati, niti ju je moguće stvoriti ni iz čega.

**14. pitanje**

**Središte (centar) mase**  
Zamislimo li izolirani sustav dvije mase, masu m1 i masu m2 koje su od središta koordinatnog sustava udaljene i postoji jedna točka između njih dvije tako da u toj točki leži ravnoteža sustava, tj. kada te dvije mase postavili na klackalicu čije je uporište u toj točki klackalica bi bila u ravnoteži. Tu točku nazivamo centom mase:  
Uzmemo li da je udaljenost dvije mase d, a da centar mase raspolavlja duljinu d na dva dijela d1 i d2 dobijemo:  
Poopćimo li to na N masa dobijemo:

**Vanjske sile i gibanje središta mase**  
Uzmimo neizolirani sustav, tako da na njega djeluju vanjske sile. Taj sustav sastoji se od kugle A na koju djeluje sila i kugle B na koju djeluje sila . Opisujemo ga jednadžbama:  
Iz toga možemo izvući izraz za ubrzanje centra mase i za ukupnu silu koja djeluje na centar mase:  
Na gibanje centra mase možemo formalno primjeniti Drugi Newtonov zakon. Ubrzanje centra mase računamo tako da ukupnu vanjsku silu podjelimo s ukupnom masom sustava.  
Sve unutarnje sile se poništavaju. Unutarnje sile ne mogu ubrzati centar mase.

**15. pitanje**

**Sudari**  
Zamislimo dva tijela masa m1 i m2 u izoliranom sustavu (drugo tijelo na sebi ima prikvačenu oprugu). Oba tijela se nalaze na kotačima i kreću se brzinama v1 i v2 jedan prema drugom:  
Kada se susretnu i opruga se sabije vrijedi:

Zatim se tijela odbiju i idu brzinama v1 i v2 jedan od drugog.  
U tom sudaru vrijede ZSKG i ZSME.  
Sudari se dijele na elastične (vrijede ZSKG i ZSME) i na neelastične (ne vrijedi ZSME, ali vrijedi ZSKG).

**Elastični sudari**  
Zamislimo li dvije elastične kugle A i B koje idu jedna prema drugoj njihov se sudar može dogoditi na dva načina: kao centralni sudar (sve se događa na istom pravcu) i kao necentralni sudar. Kod centralnog sudara sve se događa na jednom pravcu (pa mičemo oznake vektora) koji prolazi kroz središte dviju kugli koje se jedna prema drugoj kreću brzinom vA1 i vB1, a nakon sudara se kreću brzinom vA2 i vB2 jedna od druge.  
Iz ZSKG:   
Iz ZSME:   
Iz tih jednadžba dobivamo:  
Iz tih jednadžbi dobijemo da je:  
Ako na početku B miruje i vrijedi da je , tada je:  
Pogledamo li i 3 posebna slučaja

**Elastični sudari u sustavu centra mase**  
Ako odaberemo novi inercijali sustav koji se giba brzinom i označimo sa u brzine u tom sustavu, tada je i:  
Kako vrijedi da je dobijemo:

**Neelastični sudar**  
Kod neelastičnih sudara vrijedi ZSKG, a ne vrijedi ZSME.  
Ako imamo potpuno neelastičan sudar, kada tijela ostaju sljepljena dobijemo:  
Pogledamo li 3 posebna slučaja:

**16. pitanje**

**Kruto tijelo**  
Kruto tijelo sastoji se od mnoštva čestica čija se relativna udaljenost ne mijenja. O tome brinu unutarnje sile. Ukupna masa tijela muk je zbroj svih masa mi svih čestica.  
Aproksimiramo da je raspodjela mase kontinuirana:  
Kontinuirana raspodjela:  
Ako djeluju vanjske sile:

**Kutna količina gibanja (zamah ili moment količine gibanja)**Materijalna točka jednoliko kruži oko osi. U svakom trenutku ima količinu gibanja i položaj . Smjer tih vektora se mijenja u vremenu. Ipak, možemo definirati jednu konstantnu veličinu:  
Svojstvo kutne količine gibanja je da ne mijenja smjer. Uvijek je okomit na ravninu vrtnje (orjentaciju mu odredimo tako da prstima obuhvatimo smjer vrtnje i tako da nam ispruženi palac pokazuje orjentaciju vektora). Kutna količina gibanja ne mijenja iznos ako nema tangencijalne sile i uvijek je istog smjera i orijentacije kao kutna brzina.  
Koristeći izraz za obodnu brzinu dobijemo:  
Moment inercije (moment tromosti) točkaste mase m na udaljenosti r od osi rotacije:  
Te preko toga možemo definirati kutnu količinu gibanja:

**Vrtnja krutog tijela**  
Ako se neko tijelo vrti oko nepomične osi svaki dio krutog tijela ima isti . Ukupni zamah jednak je:  
Moment tromosti krutog tijela:  
Jednadžba gibanja glasi:  
U izoliranom sustavu kutna količina gibanja je sačuvana (zakon očuvanja kutne količine gibanja):  
**Energija rotacijskog gibanja**  
Kinetička energija rotacijskog gibanja dana je formulom:

**17. pitanje**

**Moment inercije (moment tromosti) i momenti inercije nekih pravilnih tijela**  
Moment tromosti krutog tijela:  
Izračun momenta inercije za neka tijela:  
Šipka mase m i duljine D koja ima linearnu gustoću i rotira oko jednog kraja ima moment inercije:  
Šipka mase m i duljine D koja ima linearnu gustoću i rotira oko centra mase ima moment inercije:  
Disk mase m, debljine D i radijusa R koji čiji svaki prsten ima volumen i koji rotira oko centra mase ima moment inercije:

Sličnim postupkom možemo dobiti da su momenti inercije prstena i kugle .

**Teorem o paralelnim osima (Steinerov teorem)**  
Rotiramo neko (2D) tijelo nepravilna oblika oko ishodišta koordinatnog sustava. Vektor koji prolazi od ishodišta sustava do centra mase , vektor koji prolazi od ishodišta koordinatnog sustava do neke proizvoljno odabrane točke na tijelu , a vektor koji prolazi od centra mase do neke točke na krivulji je pa iz toga dobivamo:  
Moment inercije oko ishodišta tada je:  
Kako je dobijemo Steinerov teorem o usporednim osima:

**18. pitanje**

**Moment sile**Zamislimo li česticu koja se kružno giba po polumjeru , te zamislimo silu koja na nju tangencijalno djeluje, učinak sile će biti veći što je veći. Sila uzrokuje tangencijalno ubrzanje što dovodi do promjene iznosa brzine. Iz toga definiramo moment sile:

**Centralne sile**  
Centralna sila je ona sila koja ovisi samo o udaljenosti između dva objekta, ali ne i o kutu među njima. Ona uvijek leži na pravcu koji spaja ta dva objekta. Polje sile je centralno ako se radi o sferičnoj simetriji. Njeno polje je uvijek konzervativno, pa je ukupna količina mehaničke energije očuvana. Kako je moment sile nula dobivamo i da je kutna količina gibanja očuvana:

**Dinamika vrtnje**  
Ako se kruto tijelo vrti oko nepomične osi svaki dio krutog tijela ima isti . Ukupni zaha iznosi:  
Iz toga izlazi da je moment inercije krutog tijela:  
Jednadžba gibanja glasi:

Primjeri dinamike krutog tijela su odmotavanja niti i gibanje valjka.  
Zamislimo nit na koju je ovješen uteg mase m namotanu na neki valjak koji se može rotirati. Tu se pojavljuje sila napetosti . Jednadžba gibanja glasi:  
Iz tih uvjeta dobivamo da je moment sile na valjak:  
Jednadžba gibanja valjka je:  
Pa iz toga slijedi:

**Drugi Newtonov zakon za kružno gibanje**  
Kako moment sile djeluje na kutnu količinu gibanja:  
To je Drugi Newtonov zakon za kružno gibanje.  
Znamo iz kinematike da je , pa iz otga slijedi:

**19. pitanje**

**Zakon očuvanja kutne količine gibanja**  
U sustavu na koji ne djeluje vanjski moment sile, kutna količina gibanja je konstantna.  
Unutarnje sile u sustavu ne mijenjaju kutnu količinu gibanja.  
Ishodište sustava (iz kojeg se vuku -ovi) mora biti inercijalni sustav, ali ne nužno os rotacije. Iznimka je u slučaju da je ishodište centar masa, tada zakon vrijedi čak i ako sustav nije inercijalan.

**Kotrljanje niz kosinu bez proklizavanja**  
Zamislimo valjak koji se kotrlja niz kosinu nagiba β, imamo sile tri sile koje djeluju na taj valjak: sila teže (okomito na tlo), sila odgovora podloge (okomito na podlogu) i sila trenja (paralelno s podlogom). Želimo li izračunati kako se brzina mijenja imamo 3 načina.  
\*1. način  
Uzmimo da je ishodište sustava dodirna točka valjka i podloge P. Promatramo rotaciju oko točke P. Tada, kako su i , moment sile je  
Uvrštavanjem toga u Steinerov teorem dobivamo:  
\*2. način  
Promatramo li kotrljajući valjak preko translacije i rotacije:  
Translacija:   
Rotacija: ;   
Kako je   
\*3. način  
ZSE u sustavu točke P  
\*4. način  
ZSE u sustavu centra mase

**Uvjet ravnoteže krutog tijela**  
Uvjet statike ravnoteže krutog tijela glasi:  
Uzmemo li gredu mase M i duljine D koja je postavljena okomito na zid i ovješena o nit napetosti koja s gredom zatvara kut α imamo sile u x smjeru , sile u y smjeru: i moment sile: , a iz toga dobijemo:

**MINIMALNO ZNANJE: Harmonijski oscilator i 20. pitanje**

**Harmonijski oscilator: jednadžba gibanja i riješenje**  
Za opis svakog harmonijskog oscilatora moramo imati nekoliko veličina: pomak iz ravnoteže (npr. …), povratnu silu (npr. ) i masu (npr. m, I, L…). Sve jednadžbe bgibanja oscilatora mogu se napisati u obliku:  
Pri čemu je u općeniti pomak (elongacija), a .  
Najopćenitije rješenje:  
gdje je ω0 određen građom oscilatora, a A1 i A2 su određeni s dva početna uvjeta.  
Dokaz:  
Opće rješenej se može pisati na drugi način:  
U oba slučaja imamo tri konstante (A1, A2, ω0 i A, ϕ i ω0). Veza između dva sustava:  
Terminologija harmonijskog oscilatora:  
ω0- kružna frekvencija [rad/s]  
 🡪 frenkvencija [Hz=s-1]  
 🡪 period [s]

**Masa na opruzi**  
Zamislimo oprugu elastične konstante k koja stoji paralelno u odnosu na tlo. Na tu oprugu dodamo tijelo mase m i rastegnemu oprugu za neku duljinu x. Tada na tijelo djeluje elastična sila elastična sila koja tijelo povlači prema opruzi, te tijelo počinje titrati :

**Početni uvjeti**  
Početni uvjeti su određeni stanjem u . Moramo znati pomak i brzinu .  
Ako masa miruje na položaju , tad je:  
Ako je masa na početku miruje u tada naglim udarcem dajemo brzinu:

**Kružna frekvencija**  
Period titranja je vrijeme potrebno da tijelo napravi jedan titraj. Recipročna vrijednost je frekvencija. Kružna frekvencija je frekvencija pomnožena s 2π.

**21. pitanje**

**Masa između dvije opruge**  
Stavimo li tijelo mase m u ravnotežni položaj između dvije opruge konstante k na nju djeluje sila iz čega slijedi jednadžba gibanja

**Longitudinalne i transverzalne oscilacije**  
Oscilacije mogu biti longitudinalne (npr. osciliranje gustoće koluta na rastegnutoj opruzi) i transverzalne (npr. osciliranje pomaka konopca).

**Masa na opruzi u gravitacijskom polju**  
Zamislimo oprugu konstante elastičnosti k koja visi sa stropa. U tom trenutku . Objesimo li na tu oprugu uteg mase m, opruga se izdužuje ulazi u novi ravnotežni potložaj u kojem je . Tada sila teže djeluje prema dolje, a elastična sila djeluje prema gore . Iz toga slijedi:  
Jednadžba gibanja ako zatitramo oprugu:  
Zamjenimo li varijable, tako da dobijemo:

**22. pitanje**

**Matematičko njihalo**  
Zamislimo točkastu masu m obješenu na udaljenosti l od objesišta. Ona se njiše i zatvara s početnim položajem (pravcem okomitim na plohu vješanja) kut ϑ.  
Tada dobivamo:  
Iz toga slijedi jednadžba gibanja za matematičko njihalo:  
To je jako teško za rješiti, pa aproksimiramo da je pri malim kutevima :

**Fizikalno njihalo**  
Zamislimo (2D) tijelo nepravilna oblika i mase m. Ako ga njišemo oko neke točke na njegovoj površini koja je od centra mase udaljena l dobijemo:  
Jednadžba harmoničkog oscilatora:  
Aproksimiramo da je pri malim kutevima :

**Torzijske oscilacije**  
Zamislimo metalnu šipku duljine L i polumjera R. Zasučemo li je za kut ϕ, javlja se povratni moment sile:  
Dt ovisi o modulu smicanja, duljini i debljini šipke:  
Jednadžba gibanja torzijske oscilacije:

**23. pitanje**

**Energija harmonijskog oscilatora**  
Elastična potencijalna energija dana je izrazom: . Iz toga dobivamo da je harmonijski potencijal:  
Razmotrimo energiju mase koja titra na vodoravnoj opruzi. U nekon trenutku t:  
Potencijalna energija:   
Kinetička energija:   
Pri tome je brzina:   
Ukupna energija jednaka je:  
Harmonijsko titranje je proces u kojem se kinetička i potencijalna energija naizmjenice pretvaraju jedna u drugu:

**Prosječna potencijalna i kinetička energija**

**24. pitanje**

**Gušeni harmonijski oscilator**  
Zamislimo masu na opruzi u gravitacijskom polju koja se uranja u neku tekućinu koja izaziva na opruzi silu trenja. Trenje je proporcionalno brzini:  
Jednadžba gibanja oscilatora tada je:  
Prema definiciji , pa dobijemo:  
Rješenje:  
Ako je odnosno .  
Kritično gušenje je ako: odnosno :  
Natkritično gušenje kada je :  
Taj broj je kompleksan.  
Za mala gušenja, prosječna energija gušenog harmonijskog oscilatora se u vremenu smanjuje:

**Faktor dobrote (Q-faktor)**  
Ta malo gušenje :  
Što je gušenje slabije to je faktor dobrote veći.

**Tjerani harmonijski oscilator**  
Ako na gušeni harmonijski oscilator djeljemo periodičnom vanjskom silom jednažba gibanja glasi:  
Riješenje za x(t) ima dva dijela. Prvi dio je prijelazna pojava koja trne u vremenu s . Drugi dio je stacionarno rješenje oblika:  
Nakon nekog (prijelaznog) vremena, oscilator titra nametnutom frekvencijom ωv.  
Amplituda:   
Faza:

**Rezonancija**  
Rezonancija se javlja kada je .

25.PITANJE  
**Električni naboj**  
Tales 🡪 jantar + vunena krpa 🡪 privlači tijela  
Tijela imaju električna svojstva. Električni naboj je svojstvo subatomskih čestica koje određuje njihovu elektromagnetsku interakciju.   
  
Coulombov zakon  
  
  
Suprotni naboji se privlače a istoimeni se odbijaju.  
 **Sačuvanje**  
U izoliranom sustavu ukupna količina naboja je konstantna. Zakon je svojstven za sve fiziklane procese, može se izvesti iz Maxwellovih jednadžbi:  
  
- \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{dS} = I  
  
**Kvantizacija naboja**Millikon 🡪 električno polje je usmjereno prema dolje. Stavio je kapljice ulja (zbog el prema gore, grav.prema dolje); izjednačavao je za određene iznose: grupiranja.  
Minimalni naboj e= 1,6 \* C (jedan kvant naboja)  
 🡪 q= -e  
🡪 q= +e

(kada imamo silu Fkoja ovisi samo o r možemo definirati polje)  
  
**Električno polje**Električno polje je svojstvo prostora uzrokovano postojanjem naboja negdje drugdje u polju.  
  
**= []  
  
Polje točkastog naboja**Naboj miruje u ishodištu inercijalnog sustava.  
   
q stavimo probni naboj na mjesto r  
  
= **=** 🡪 ne ovisi o izboru probnog naboja  
  
**Princip superpozicije**